

ИЗ РАБОЧЕЙ ТЕТРАДИ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЯ

ЗАМКНУТАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСАНИЯ И РАСЧЁТА  
ДЛИННОЙ ВОЛНЫ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ КОНДРАТЬЕВА

© 2016 г. А.А. Акаев, В.А. Садовничий

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

e-mail: askarakaev@mail.ru; p930@rector.msu.ru

Поступила в редакцию 25.12.2015 г.

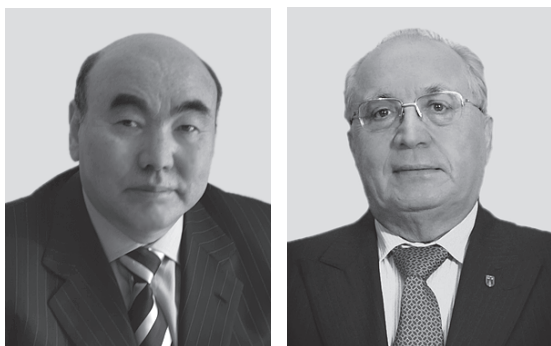
В работе впервые представлена полная замкнутая математическая модель для описания и расчёта длинной волны экономического развития Кондратьева (ДЛВ). Инновационный процесс, порождающий новую длинную волну в экономике, описывается как стохастический пуассоновский процесс. Ключевую роль в построении производственных функций как на повышательной, так и на понижательной стадии ДЛВ играет свойство автомодельности инновационного процесса, обусловленное его фрактальной структурой. Роль переключателя с повышательной волны на понижательную играет предпринимательская прибыль, расчёту которой уделено основное внимание. Практическая ценность разработанной модели иллюстрируется путём прогнозных расчётов траекторий движения ВВП и численности занятых в экономике, динамики накопления основного производственного капитала и повышения производительности труда на примере развития экономики США в период грядущей 6-й ДЛВ Кондратьева (2018–2050 гг.).

**Ключевые слова:** циклы Кондратьева, длинная волна экономического развития Кондратьева, экономика США, К-волны, К-циклы.

DOI: 10.7868/S0869587316100029

Скоро мировая научная общественность будет отмечать столетие (1922–2022) со дня удивительного открытия, сделанного великим русским учёным Н.Д. Кондратьевым, который впервые обнаружил длинные волны (ДЛВ) продолжительностью около полувека в долговременном развитии капиталистической экономики, порождаемые техническими революциями [1]. Разработанная

Кондратьевым теория ДЛВ, или больших циклов хозяйственной конъюнктуры (БЦК), получила мировую известность благодаря её публикациям на европейских языках [2, 3]. Конечно же, следует отметить ту исключительную роль, которую сыграл в судьбе учения Кондратьева один из величайших экономистов XX в. Й. Шумпетер. Он восторженно принял учение о БЦК и разработал инновационную теорию ДЛВ, интегрировав её в свою общую теорию экономического развития [4]. Он же впервые предложил называть ДЛВ именем Кондратьева, с тех пор в научной литературе их именуют К-волнами в развитии капиталистической экономики. Подчёркивая чрезвычайную актуальность теории ДЛВ для анализа современной экономики, выдающийся японский экономист М. Хироока назвал её эпохальным открытием Кондратьева [5]. Основываясь на инновационной теории экономического развития Шумпетера и теории ДЛВ Кондратьева, Хироока разработал стройную теорию инновационно-технологического развития современной капиталистической экономики. Он также впервые сформировал эмпирическое доказательство важного положения о том, что диффузия базисных нововведений полностью синхронизируется с повышательной ста-



АКАЕВ Аскар Акаевич – иностранный член РАН, доктор технических наук, профессор МГУ им. М.В. Ломоносова. САДОВНИЧИЙ Виктор Антонович – академик РАН, ректор МГУ им. М.В. Ломоносова.

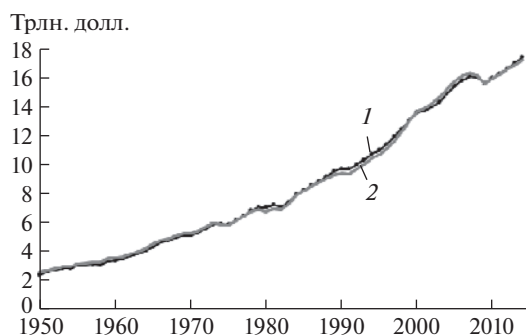


Рис. 1. Траектории роста фактического (1) и расчётного (2) ВВП США за период с 1950 по 2015 г.

дией БЦК и достигает насыщения в области наивысшего пика цикла. Однако до сих пор не существует замкнутой математической модели, описывающей динамику основных экономических показателей: изменения ВВП и численности занятых, накопления основного производственного капитала и повышения производительности труда. В канун 125-летия со дня рождения Н.Д. Кондратьева мы решили восполнить этот пробел и разработали замкнутую динамическую модель БЦК, включающую эндогенный механизм развития ДЛВ.

### МОДЕЛИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ДОЛГОСРОЧНЫХ ТРЕНДОВЫХ ТРАЕКТОРИЙ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ

Выделим в экономике исследуемой страны две составляющие, одна из которых представляет собой традиционные жизнеобеспечивающие отрасли, определяющие долгосрочный тренд экономического развития, а другая — новые отрасли и сектора, зародившиеся вследствие освоения инновационных технологий и продуктов. Для последующего анализа мы выбрали экономику США (рис. 1) и обнаружили, что в период с 1950 по 2015 г. она идеально описывается классической производственной функцией с техническим прогрессом, нейтральным по Хиксу [6, с. 325]:

$$Y_f = A_f K_f^\alpha L_f^{1-\alpha}, \quad \alpha = 0.48, \quad (1)$$

где  $Y_f$  — ВВП;  $A_f$  — технический прогресс;  $K_f$  — основной производственный капитал;  $L_f$  — численность занятых в экономике;  $\alpha$  — параметр.

В формуле (1) представлены долговременные трендовые траектории изменения всех основных макроэкономических переменных (отмечены индексом  $f$ ). Учитывая, что повсеместно (как в развитых, так и в развивающихся экономиках) в последние десятилетия наблюдалась тенденция замедления технического прогресса, что в свою

очередь вызвало замедление экономического роста, для описания и расчёта трендовых траекторий всех основных переменных мы воспользовались логистическими функциями типа:

$$Y_f(t) = \frac{Y_{fm}}{1 + (y_{fmo} - 1) \exp[-\mu_{Y_f}(t - T_0)]}, \quad (2)$$

$$y_{fmo} = \frac{Y_{fm}}{Y_{fo}},$$

где  $Y_f(t)$  — функция, описывающая трендовую траекторию динамики ВВП;  $Y_{fm}$  — максимальная величина ВВП, достигаемая при данном технологическом укладе;  $Y_{fo}$  — величина ВВП в начальный момент времени ( $T_0 = 1950$  г.) для используемых длинных рядов экономических переменных (США, 1950–2015 гг.);  $\mu_{Y_f}$  — параметр, характеризующий скорость изменения трендовых значений ВВП. Численные значения постоянных параметров  $\mu_{Y_f}$  и  $Y_{fm}$  в формуле (2) оценивались по методу наименьших квадратов с использованием ряда фактических данных  $Y(t)$  за период с 1950 по 2015 г.

Аналогичным образом определялись трендовые траектории развития  $A_f(t)$ ,  $K_f(t)$  и  $L_f(t)$ . Конечно, логистическая трендовая траектория справедлива только для стран, обеспечивающих долговременное устойчивое развитие. Поэтому для стран с нестабильной социально-экономической динамикой в каждом случае необходимо находить свою адекватную аппроксимирующую функцию, отличную от логистической (2).

В дальнейшем будем предполагать, что накопление основного производственного капитала ( $K$ ) и формирование валовых инвестиций ( $I$ ) в основной капитал описываются классическими уравнениями [6, с. 376]:

$$\dot{K} = I - \delta K, \quad I = sY, \quad (3)$$

где  $\delta$  — норма выбытия основного капитала;  $s$  — норма накопления. Для экономики США мы определили средние значения указанных параметров за период с 1995 по 2015 г. —  $\delta = 0.56$ ;  $s = 0.17$ . Кроме того, ранее мы установили [7, с. 32], что для экономики США в долгосрочном периоде по-прежнему справедлив эмпирический закон Калдора [8]:

$$Y \cong kK, \quad k = \text{const}. \quad (4)$$

Среднее значение данного параметра за период с 1985 по 2015 г. оказалось равно  $k = 0.32$ .

Мы рассматриваем наиболее общий случай экономической динамики, хотя можно было бы выделить значительные периоды сбалансированного роста, когда темпы увеличения основных

экономических переменных постоянны и дополнительно имеет место:

$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{Y}}{Y} = q_Y = \text{const}, \quad (5)$$

что следует непосредственно из (4). Естественно, что уравнения (3) и (4), а также соотношения (5) наиболее точно описывают трендовые значения соответствующих переменных, поэтому они также справедливы для экономических переменных с индексом  $f$ .

### МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ И РАСЧЁТА ТРАЕКТОРИЙ РАЗВИТИЯ НОВЫХ ОТРАСЛЕЙ И СЕКТОРОВ ЭКОНОМИКИ

**Повышательная стадия.** Рассмотрим отдельно повышательную и понижательную стадии БЦК. Предположим, что кластер инновационных технологий уже сформирован и началось производство инновационных товаров, которые, в свою очередь, начали активно проникать на рынки и уже заняли несколько процентов своего потенциального объёма. Действительно, в экономиках ряда развитых стран (США, Германия, Япония и др.) уже в 2014–2015 гг. началось оживление, а с 2017–2018 гг. ожидается подъём 6-й ДЛВ, обусловленный мощным воздействием конвергентных NBIC-технологий. А в экономиках наиболее развитых стран – США, Японии и Германии – рынок инновационных товаров и услуг, произведённых на основе NBIC-технологий, уже достиг 5–7%. Более того, период с 2014 по 2020 г. является самым благоприятным для освоения и распространения новой волны базисных инноваций на основе NBIC-технологий [7, с. 95–97]. Поскольку к началу масштабной диффузии инновационных продуктов на рынки уже сложились их принципиальные базовые модели, то дальнейший процесс усовершенствования функциональных свойств и повышения качества продуктов на повышательной стадии БЦК осуществляется исключительно с помощью улучшающих технологических инноваций [9, 10]. Действительно, в периоды благоприятной конъюнктуры предприниматели ограничиваются нововведениями, требующими малорисковых инвестиций.

В фазе депрессии БЦК, когда само существование огромного количества хозяйствующих фирм ставится под угрозу банкротства, наиболее прозорливые предприниматели решаются на большой риск, связанный с освоением выпуска базисных инновационных продуктов и сменой технологий, понимая, что даже значительная модернизация старой продукции уже не приведёт к кардинальному улучшению финансовой ситуации. Как установил М. Хироока, траектория диф-

фузии новых продуктов на рынки полностью синхронизирована с повышательной волной БЦК и носит фрактальный характер [5, с. 297–313]. Последнее определяет автомодельное свойство эволюции рынка инновационных продуктов [11, с. 278–289] и распределение его потенциала, соответствующее закону Парето. Добавим ко всему этому также ключевую идею относительно роста производительности труда в процессе обучения рабочих на месте трудовой деятельности, сформулированную лауреатом Нобелевской премии К. Эрроу [12]. Перечисленные выше три принципа позволяют полностью детерминировать функциональное описание и расчёты траекторий экономического развития новых отраслей на повышательной стадии БЦК.

**Технический прогресс.** Обозначим через  $a(t)$  уровень технологического прогресса в новых отраслях экономики. Технологический прогресс на повышательной стадии БЦК сводится исключительно к серии улучшающих технологических инноваций, которые хорошо описываются стохастическим пуассоновским процессом с функцией плотности распределения Эрланга  $k$ -го порядка [11, с. 60–67]:

$$\lambda_k(t) = \frac{\lambda_0(\lambda_0 t)^{k-1}}{(k-1)!} e^{-\lambda_0 t}, \quad (6)$$

где  $\lambda_0 = \text{const}$ ;  $k = 1, 2, \dots$

Мы считаем целесообразным ограничиться функцией Эрланга третьего порядка ( $k = 3$ ):

$$\lambda(t) = \lambda_3(t) = \frac{\lambda_0^3}{2} t^2 e^{-\lambda_0 t}. \quad (7)$$

Максимум данной функции наступает в точке

$$t_m = \frac{2}{\lambda_0}. \quad (7a)$$

Математическое ожидание ( $\sigma$ ) пуассоновского процесса, описывающего динамику улучшения функциональных свойств и качества инновационных продуктов, можно легко рассчитать по формуле:

$$\sigma(t) = \int_0^t \lambda_3(\tau) d\tau = 1 - \frac{1}{2} [(\lambda_0 t)^2 + 2\lambda_0 t + 2] e^{-\lambda_0 t}. \quad (8)$$

Здесь встаёт вопрос о выборе подходящего значения параметра  $\lambda_0$ . Из (8) следует, что при  $t \rightarrow \infty$   $\sigma(t) \rightarrow 1$ . На практике  $\sigma_{\max}$  ограничивается уровнем  $1 - \eta$ , причём  $\eta$ , как правило, выбирается равной 0.1. Следовательно, из (8) получаем следующее уравнение для определения времени  $T_{\max}$ , при котором достигается  $\sigma_{\max} = 1 - \eta$ :

$$(\lambda_0 T_{\max})^2 + 2\lambda_0 T_{\max} + 2 = 2\eta e^{\lambda_0 T_{\max}}. \quad (9)$$

Решением данного уравнения является

$$\lambda_0 T_{\max} = 5.3 \quad \text{при} \quad \eta = 0.1. \quad (9a)$$

Поскольку диффузия инновационных продуктов длится 20–25 лет [5], то подходящим значением для параметра  $\lambda_0$  будет:

$$\lambda_0 = \frac{1}{4} = 0.25. \quad (9b)$$

При этом  $T_{\max} \cong 21.2$  года и, согласно (7a), время максимальной интенсивности диффузии наступает через  $t_m = 8$  лет. Это время, после которого “шторм инноваций” [13] начинает затухать. Конечно, можно ставить и решать задачу оптимального подбора значений параметра  $\lambda_0$ , но в данном случае приоритетной является задача описания динамики длинной волны экономического развития. Поэтому в дальнейшем мы ограничимся только оценками параметров.

Технологический уровень в инновационных отраслях экономики  $a(t)$  связан со средним технологическим уровнем по всей экономике  $A(t)$  посредством уравнения Дубовского [14, с. 5]:

$$\frac{\dot{A}}{A} = \frac{I}{K} \left( \frac{a}{A} - 1 \right). \quad (10)$$

Причём отмечается, что значения  $\frac{a}{A}$  меняются от 1.05 до 1.65 [14, с. 7]. Поскольку  $I = sY$  (3), а  $K = k^{-1}Y$  (4), то

$$a(t) = A(t) + \frac{1}{sk} \dot{A}(t). \quad (11)$$

Таким образом, средний уровень технологического прогресса по всей экономике определяется быстро растущим технологическим уровнем в инновационных отраслях (10). Впервые это установил английский экономист К. Фримен [15]. Вот что он утверждает по этому поводу: “Длительный подъём является результатом не технических инноваций в одной или нескольких отраслях <...> а, скорее, диффузии новой технико-экономической парадигмы из нескольких ведущих секторов во всю остальную экономику и особенно в отрасли, производящие капитальные товары и соответствующие услуги” [16, с. 209].

Фактически  $A(t)$  представляет собой тренд технологического прогресса в пределах отдельного БЦК, тогда как  $A_f$  в (1) – вековой тренд. Как известно [4, 5],  $A(t)$  может быть описано логистической функцией, которую мы возьмём в виде:

$$A(t) = A'_b + \frac{\Delta A c}{1 + (c-1) \exp[-\mu_A(t - T_b)]}, \quad (12)$$

где  $c$  – число уровней дискретности логистической функции (обычно берут  $c = 10$  или  $20$ );

$\Delta A = \frac{A_e - A_b}{c-2}$ ,  $A_e$  и  $A_b$  – конечное и начальное значения;

$A'_b = A_b - \Delta A = \frac{A_b(c-1) - A_e}{c-2}$ ;  $\mu_A$  – параметр, характеризующий скорость роста логистической функции;  $T_e$  и  $T_b$  – годы, соответствующие конечному ( $A_e$ ) и начальному ( $A_b$ ) значениям технологического уровня. Из уравнений (11) и (12) следует, что при  $t \rightarrow +\infty$   $a(t) \rightarrow A'_e = A_e + \Delta A$ , а при  $t \rightarrow -\infty$   $a(t) \rightarrow A'_b = A_b - \Delta A$ . Следовательно, можно полагать, что  $\frac{A_e}{A_b} \cong \frac{1.65}{1.05} \cong 1.6$ . Поскольку экономика США преодолела нижнюю границу нынешней депрессии в 2014 г. и пошла на подъём, то можно с уверенностью полагать, что это начало 6-го БЦК, то есть  $T_b = 2014$  г. Далее из трендовой траектории развития технологического прогресса  $A_f(t)$  определяем  $A_b = A_f(t)|_{t=T_b} = 0.173$ . Продолжительность 6-го БЦК мы оценили ранее в работе [17]:  $T_e - T_b \cong 36$  лет, так что  $T_e = 2050$  г.

Для определения параметра  $\mu_A$  воспользуемся симметричным положением точки перегиба кривой (12):

$$T_{be} = \frac{T_b + T_e}{2}, \quad (12a)$$

$$\frac{A_b + A_e}{2} = A'_b + \frac{\Delta A c}{1 + (c-1) \exp[-\mu_A(T_{be} - T_b)]}.$$

Подставив в последнее уравнение выражения для  $A'_b$ ,  $\Delta A$  и  $T_{be}$  и решая его, получаем:

$$\mu_A = \frac{2}{T_e - T_b} \ln(c-1). \quad (12b)$$

Отсюда следует оценка:  $\mu_A = 0.137$ .

Итак, мы определили все параметры, входящие в логистическую функцию (12). Запишем её в виде, удобном для дальнейшего использования:

$$A(t) = \frac{A_b(c-1) - A_e}{c-2} + \frac{(A_e - A_b) \frac{c}{c-2}}{1 + (c-1) \exp[-\mu_A(t - T_b)]}. \quad (13)$$

А теперь легко находим и производную:

$$\dot{A}(t) = \frac{(A_e - A_b) \frac{c(c-1)}{c-2} \mu_A \exp[-\mu_A(t - T_b)]}{\{1 + (c-1) \exp[-\mu_A(t - T_b)]\}^2}. \quad (14)$$

Максимальное значение данной производной имеет место как раз в точке перегиба ( $t = T_{be}$ ):

$$\dot{A}_m = \frac{1}{4} (A_e - A_b) \frac{c \mu_A}{c-2}. \quad (14a)$$

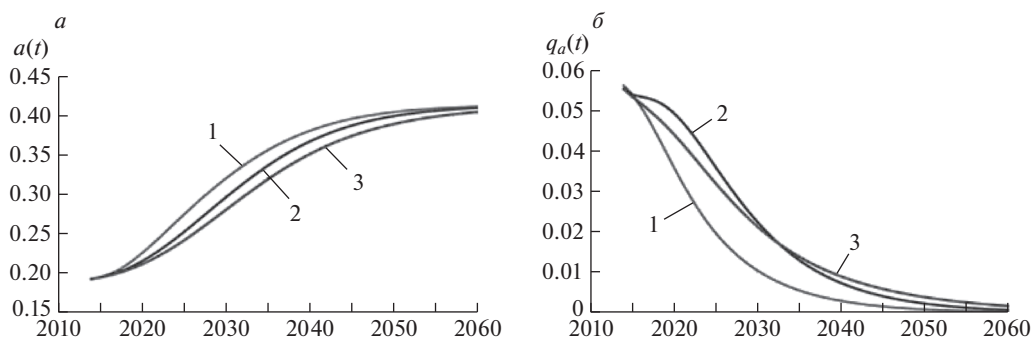


Рис. 2. Динамика повышения технологического уровня (а) и динамика темпов спада производительности труда (б) в инновационных отраслях экономики

Запишем базовое уравнение (11) в следующем виде:

$$a(t) = A(t) + \varepsilon \cdot \frac{\dot{A}(t)}{\dot{A}_m}, \quad \text{где} \quad \varepsilon = \frac{\dot{A}_m}{sk}. \quad (15)$$

Оказалось, что  $\varepsilon = 0.09$ . Если в данном уравнении мы аппроксимируем  $A(t)$  логистической функцией (13), а  $\frac{\dot{A}(t)}{\dot{A}_m}$  заменим на  $\sigma(t)$  (8), схожее по природе, то получим приближённое уравнение для прогнозных расчётов динамики  $a(t)$ :

$$a(t) = A(t) + \varepsilon\sigma(t). \quad (16)$$

Кроме того, данное уравнение позволит учесть асимметрию повышательной и понижающей стадий БЦК через раздельное описание  $\sigma(t)$  на соответствующих стадиях. Траектория роста  $A(t)$  формируется под воздействием автономных инвестиций, которые подготавливаются преимущественно революционными изменениями техники и технологий и порождаемыми ими инновационными продуктами и производственными процессами. Именно автономные инвестиции дают первоначальный толчок повышательному движению экономики и определяют его тренд. Посредством мультипликатора они оказывают умноженное воздействие на доход, а далее с помощью стимулированного спроса и индуцированных инвестиций доводят его до уровней, характерных для бума. В них также включают инвестиции, возмещающие выбытие основного капитала. Индуцированные же инвестиции являются результатом возрастания конечного спроса или объёма продаж инновационных товаров. Они порождают механизм акселерации, который и заложен во втором слагаемом (16), обусловленном ростом объёмов продаж инновационных товаров и услуг, описываемым функцией  $\sigma(t)$  (8). Таким образом, благодаря механизму взаимодействия мультипликатора-акселератора происходит кумулятивный, самопод-

держивающийся рост экономики. Когда автономные инвестиции истощаются, сокращаются и индуцированные инвестиции [18, с. 402], что приводит к исчерпанию источника дальнейшего роста.

Далее мы можем рассчитать темпы роста производительности труда в новых отраслях:

$$q_a = \frac{\dot{a}}{a} = \frac{\dot{A}(t) + \varepsilon \dot{\sigma}(t)}{A(t) + \varepsilon \sigma(t)}. \quad (17)$$

Графики  $a(t)$  и  $q(t)$ , рассчитанные при различных значениях параметра  $\lambda_0$  ( $\lambda_0^{(1)} = \frac{1}{4}$ ;  $\lambda_0^{(2)} = \frac{1}{6}$ ;  $\lambda_0^{(3)} = \frac{1}{8}$ ), представлены на рисунке 2. Из рисунка 2, б видно, что уже в 2030-е годы темпы роста производительности в инновационных отраслях экономики снизятся до 1%, характерного для традиционных отраслей. С другой стороны, учитывая, что рост производительности, определяемый уровнем технологического прогресса  $a(t)$ , всецело зависит от процесса обучения в ходе трудовой деятельности на рабочем месте, мы можем использовать модель Эрроу [7, с. 18]:

$$a(t) = v \left( \frac{K_{ib}}{L_{ib}} \right)^\theta, \quad (18)$$

где  $\theta$  – параметр Эрроу ( $\theta \leq 1$ );  $v$  – коэффициент пропорциональности; индекс  $ib$  означает принадлежность основной переменной к инновационным отраслям экономики. К. Эрроу в своё время установил, что для авиационной промышленности  $\theta \cong 0.7$ . Д. Сахал утверждает, что во многих традиционных отраслях  $\theta \cong 0.32$  [11, с. 291].

**Динамика накопления капитала и выпуска инновационной продукции.** Поскольку  $a(t)$  известна (16), формула (18) позволяет выразить  $K_{ib}$  через  $L_{ib}$ :

$$K_{ib} = \left( \frac{a}{v} \right)^{\frac{1}{\theta}} L_{ib}. \quad (19)$$

Возьмём логарифмическую производную:

$$\frac{\dot{K}_{ib}}{K_{ib}} = \frac{\dot{L}_{ib}}{L_{ib}} + \frac{1}{\theta} \frac{\dot{a}}{a}. \quad (20)$$

Полученное темповое уравнение означает, что темпы накопления инновационного производственного капитала определяются ростом технологического прогресса и рабочей силы в новых отраслях экономики.

Выпуск продукции в новых отраслях и секторах экономики ( $Y_{ib}$ ), объединённых кластером инновационных технологий, описывается производственной функцией (ПФ) с техническим прогрессом, нейтральным по Солоу [6, с. 322], поскольку на повышательной стадии используются преимущественно капиталосберегающие технологии:

$$Y_{ib} = (aK_{ib})^\beta L_{ib}^{1-\beta}. \quad (21)$$

Выше уже отмечалось, что динамика выпуска продукции на повышательной стадии БЦК подчиняется принципу автомодельности. При установлении свойства автомодельности важную роль играет анализ размерностей [20, с. 38]. Размерности управляющих переменных величин  $Y_{ib}$ ,  $K_{ib}$ ,  $L_{ib}$  и  $a(t)$ , входящих в ПФ (21), таковы:

$$[Y_{ib}] = P, \quad [K_{ib}] = PT, \quad [L_{ib}] = L, \quad [a(t)] = \frac{1}{T}, \quad (22)$$

где  $P$  – цена продукции;  $T$  – время в годах;  $L$  – численность рабочих.

Размерности всех управляющих переменных независимы, следовательно, в соответствии с П-теоремой [20, с. 41], безразмерный параметр  $\Pi$ , соответствующий определяемой переменной  $Y_{ib}$ , является постоянной величиной и имеет следующий вид:

$$\Pi = \frac{Y_{ib}}{K_{ib}^\beta a L_{ib}^{1-\beta}} = c_Y = \text{const}. \quad (23)$$

Постоянство функции  $\Pi$  означает, что выпуск эволюционирует автомодельно. Отсюда непосредственно следует, что

$$Y_{ib} = c_Y a K_{ib}. \quad (24)$$

Таким образом, в ПФ (21)  $\beta = 1$ , и мы приходим к АК-модели Лукаса эндогенного роста с постоянной отдачей от факторов производства [21]. Отсутствие зависимости выпуска от количества труда в ПФ (24) компенсируется включением в основной капитал  $K_{ib}$  наряду с физическим и человеческого капитала, выраженного результатом повышения производственной отдачи в процессе обучения на рабочем месте, что заключено в модели Эрроу (18). Нетрудно показать, что равновесие в АК-модели оптимально по Парето [19, с. 276]. Следовательно, переход к постоянной от-

даче от факторов производства не приносит никаких источников рыночных сбоев. Но зато при переходе к понижительной стадии БЦК и трудосберегающим технологиям вновь начнётся убывающая отдача от факторов производства.

Из соотношений (19) и (24) следует, что если определить функциональное выражение  $L_{ib}$  либо  $K_{ib}$ , то можно рассчитать траектории развития всех основных экономических переменных. Для этого потребуется описать динамику роста прибыли ( $P$ ), поскольку именно прибыль является основным стимулом хозяйственной деятельности в рыночной экономике. Прибыль – один из важнейших регуляторов инвестиционной деятельности. Так, неоклассическая теория исходит из того, что главным фактором для определения интенсивности инвестиционного процесса служит текущая прибыль  $P(t)$  [22, с. 76]. Кроме того, изменение пропорции между капиталом и трудом (19), происходящее в процессе циклических колебаний, образует один из существенных элементов механизма неоклассической теории цикла [22, с. 77]. Как видно из соотношения (19), эта пропорция определяется  $a(t)$ . Й. Шумпетер утверждал, что именно динамика нормы прибыли

$$\rho(t) = \frac{P(t)}{PK(t)} \quad (25)$$

определяет колебания интенсивности нововведений, переход к новым продуктам и новым технологиям производства [13].

**Динамика нормы прибыли в инновационных отраслях экономики.** Хозяйствующие фирмы пользуются капиталом ( $K$ ), чтобы извлечь прибыль ( $P$ ). Поэтому величина оптимального размера капитала определяется каждой фирмой из условия максимума прибыли [19, с. 47]:

$$P = PQ - (wL + RK), \quad Q = (AK)^\alpha L^{1-\alpha}, \quad (26)$$

где  $Q$  – объём реального выпуска продукции;  $P$  – общий уровень цен в экономике;  $w$  – ставка номинальной заработной платы (реальная зарплата  $\bar{w} = \frac{w}{P}$ );

$R$  – рентная цена капитала,  $\frac{R}{P} = r + \delta$ ;  $r$  – процентная ставка;  $\delta$  – норма амортизации. Формулу для определения реальной величины прибыли можно записать следующим образом:

$$\bar{P} = \frac{P}{P} = Q - \bar{w}L - (r + \delta)K. \quad (26a)$$

Применительно к нашему случаю (в инновационных отраслях экономики на повышательной стадии БЦК) можно конкретизировать форму-



лу (26а) для расчёта прибыли, подставляя в неё конкретные выражения для  $Q = Y_{ib}$  (24) и  $K_{ib}$  (19):

$$\bar{P}_{ib} = \left\{ \left( \frac{a}{v} \right)^{\frac{1}{\theta}} [c_Y a - (r + \delta_{ib})] - \bar{w} \right\} L_{ib}, \quad (27)$$

где  $\delta_{ib}$  — норма выбытия в инновационных отраслях экономики. Есть источники (например, [23]), из которых следует, что в высокотехнологичных наукоёмких отраслях и секторах экономики, схожих с зарождающимися NBIC-технологиями, характерной является норма амортизации, в среднем равная 12–18%. Это относится к компьютерному производству и микроэлектронной промышленности, медицинскому приборостроению и фармацевтической промышленности, а также производству оборудования для НИОКР. Для расчётов мы взяли среднее значение из вышеуказанного диапазона:

$$\delta_{ib} = 0.15 \quad (15\%). \quad (27a)$$

Процентная ставка  $r = 0.08$  (8%) характерна для экономики США в целом.

Поскольку реальная ставка зарплаты, максимизирующая прибыль, определяется из условия [6, с. 310]

$$\bar{w}_{ib} = \frac{\partial Y_{ib}}{\partial L_{ib}}, \quad (28)$$

то необходимо получить функцию  $Y_{ib} = f(L_{ib})$ . Такая функция следует непосредственно из соотношений (24) и (19):

$$Y_{ib} = c_Y a K_{ib} = c_Y a \left( \frac{a}{v} \right)^{\frac{1}{\theta}} \cdot_{ib}. \quad (28a)$$

Отсюда получаем:

$$\bar{w}_{ib} = c_Y a \left( \frac{a}{v} \right)^{\frac{1}{\theta}}. \quad (28б)$$

На практике фирмы уже давно перестали выплачивать зарплату оптимальной величины (28б). Реальная зарплата сейчас намного ниже и определяется следующим образом:

$$\bar{w}_{ib}^* = \frac{c_Y}{1+m} a \left( \frac{a}{v} \right)^{\frac{1}{\theta}}, \quad (28в)$$

где  $m$  — монопольная добавка к издержкам в цене. Для США в настоящее время характерно значение  $m = 0.5$ – $0.8$  [24]. Мы в своих прогнозных расчётах приняли нижнее значение  $m = 0.5$ , полагая, что в предстоящие десятилетия капиталисты будут вынуждены повысить долю зарплаты в доходе, чтобы избежать социальных конфликтов, обусловленных резко возросшим уровнем неравенства.

Подставляя в (27) вместо оптимального  $\bar{w}$  (28б) реальное  $\bar{w}^*$  (28в), получаем формулу для расчёта динамики роста реальной прибыли предпринимателей:

$$\begin{aligned} \bar{P}_{ib}^* &= \left( \frac{a}{v} \right)^{\frac{1}{\theta}} \left[ \frac{c_Y m}{1+m} a - (r + \delta_{ib}) \right] L_{ib} = \\ &= \left[ \frac{c_Y m}{1+m} a - (r + \delta_{ib}) \right] K_{ib}. \end{aligned} \quad (29)$$

Отсюда следует весьма простая формула для расчёта нормы реальной прибыли (25):

$$\rho_{ib}^* = \frac{c_Y m}{1+m} a - (r + \delta_{ib}). \quad (30)$$

Как и ожидалось, норма прибыли растёт с увеличением производительности труда  $a(t)$ . Введём смещённую норму прибыли:

$$\rho_{ib}^{**} = \rho_{ib}^* + (r + \delta_{ib}) = \frac{c_Y m}{1+m} a. \quad (30a)$$

Темпы роста смещённой нормы прибыли:

$$q_{\rho_{ib}^{**}} = \frac{\dot{\rho}_{ib}^{**}}{\rho_{ib}^{**}} = \frac{\dot{a}}{a} = q_a. \quad (30б)$$

Видно, что они падают и в точности равны темпам спада производительности труда (см. рис. 2, б) и к концу повышательной стадии БЦК снижаются практически до нуля, а это сигнал для предпринимателей о переходе к понижательной стадии БЦК. Таким образом, именно прибыль обуславливает верхнюю “точку поворота”, то есть прекращение процесса роста и переход от повышательной стадии к понижательной. Итак, норма прибыли является важнейшим компонентом модели ДЛВ, обеспечивающим эндогенность экономического развития в ходе большого цикла.

**Уравнение инвестиционного процесса.** Выше уже отмечалось, что текущая прибыль является главным фактором, определяющим интенсивность инвестиционного процесса. В ранних моделях, например, в модели Роуза, при формулировке инвестиционной функции ограничивались лишь предпосылкой, что темпы прироста капитала  $q_K = \frac{\dot{K}}{K}$  тем больше, чем больше норма прибыли,

то есть условием  $\frac{\partial q_K}{\partial \rho} > 0$  [22, с. 85]. Однако са-

ма функциональная зависимость  $q_K = f(\rho)$  не была раскрыта. Мы принимаем гипотезу о том, что:

$$q_K = \frac{\dot{K}}{K} = \frac{I(t)}{K(t)} \sim \dot{\rho}(t). \quad (31)$$

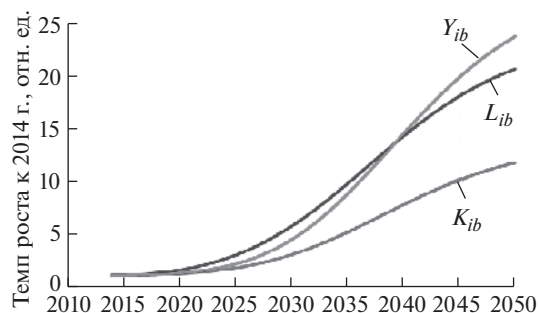


Рис. 3. Динамика базисных темпов роста основных экономических переменных в инновационных отраслях

В правой части уравнения накопления капитала опущен амортизационный член, поскольку он входит в состав автономных инвестиций. Поэтому в уравнении присутствуют лишь чистые индуцированные инвестиции  $I(t)$ . В классической монографии Э. Хансена [18, с. 388] показано, что максимальный объём чистых инвестиций достигается в точке перегиба кривой накопления капитала. Кривая же накопления капитала напоминает  $a(t)$ , в соответствии с формулой (18). Поэтому их точки перегиба находятся близко друг от друга, а так как норма прибыли (30) целиком и полностью определяется техническим прогрессом  $a(t)$ , то очевидно, что  $I_{ib}/K_{ib} \sim \dot{\rho}_{ib}$ . Однако это справедливо лишь на повышательной стадии, а на понижательной стадии имеет место простое соотношение  $I \sim P$ , то есть по принципу “чем меньше прибыль, тем меньше инвестиций”.

**Вывод формул для расчёта основных показателей инновационных отраслей экономики.** Учитывая темповое уравнение (20), а также соотношение (30), уравнение (31) для чистых инвестиций можно записать в следующем виде:

$$\frac{\dot{L}_{ib}}{L_{ib}} = \frac{\nu c_Y m}{1+m} \dot{a} - \frac{1}{\theta} \frac{\dot{a}}{a}, \quad (32)$$

где  $\nu$  — коэффициент, представляющий ту долю прибыли, которую предприниматели направляют в реальную чистую инвестиционную программу. В работе [25] представлены результаты эмпирических исследований для экономики Великобритании, откуда следует, что на повышательной стадии пятого БЦК (1998–2000)  $\nu \cong 0.55$ , а на понижательной стадии (2004–2008) —  $\nu_r \cong 0.42$ . Для экономики США мы не обнаружили соответствующих данных, но, учитывая схожесть поведения американских и английских предпринимателей, для прогнозных расчётов в период 6-го БЦК мы принимаем указанные данные.

Дифференциальное уравнение (32) имеет весьма простое решение:

$$\begin{aligned} \bar{L}_{ib} &= \frac{L_{ib}}{L_{ib6}} = \\ &= \exp \left\{ \frac{\nu c_Y m}{1+m} [a(t) - A_6] - \frac{1}{\theta} \ln \left[ \frac{a(t)}{A_6} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (33)$$

Здесь  $L_{ib6}$  — начальная численность рабочей силы, уже занятой в новых отраслях экономики к началу 6-го БЦК, то есть к моменту времени  $t = T_6 = 2014$  г.;  $A_6$  — средний технологический уровень в экономике к началу 6-го БЦК, когда  $a_6 = A_6$ . Задавшись значениями  $A_6 = A_b = 0.173$ ,  $\nu = 0.55$ ,  $m = 0.5$  и  $\theta = 0.7$ , мы определили из уравнения (33) методом наименьших квадратов  $c_Y = 105$ , исходя из двух известных значений  $L_{ib}$ : 2008 г. —  $L_{ib} = 0.15$  млн. человек; 2015 г. —  $L_{ib} = 0.8$  млн. человек [26].

Подставляя функциональное выражение  $\bar{L}_{ib}$  (33) в соотношения (19), (24) и (29), находим явные выражения для других основных экономических переменных:

$$\bar{K}_{ib} = \frac{K_{ib}}{K_{ib6}} = k_{ib} \left( \frac{a}{A_6} \right)^{\frac{1}{\theta}} L_{ib}, \quad (34a)$$

$$\bar{Y}_{ib} = \frac{Y_{ib}}{Y_{ib6}} = k_{ib} \frac{a}{A_6} \left( \frac{a}{A_6} \right)^{\frac{1}{\theta}} L_{ib}, \quad (34b)$$

$$\bar{P}_{ib} = \frac{\bar{P}_{ib}}{P_{ib6}} = \left( \frac{a}{A_6} \right)^{\frac{1}{\theta}} \frac{c_Y m}{1+m} \frac{a - (r + \delta_{ib})}{c_Y m A_6 - (r + \delta_{ib})} L_{ib}. \quad (34b)$$

Появление коэффициента  $k_{ib}$  в соотношениях (34a) и (34b) объясняется тем, что в формуле Эрроу (19) имеется параметр  $\nu$ , который ещё остаётся свободным, то есть  $k_{ib} = f(\nu)$ . Конкретное значение коэффициента  $k_{ib}$  мы нашли методом наименьших квадратов, исходя из двух известных значений  $Y_{ib}$ : 2008 г. —  $Y_{ib} = 0.08$  трлн. долл. и 2015 г. —  $Y_{ib} = 0.4$  трлн. долл. [26]. Оказалось, что  $k_{ib} = 0.183$ .

Траектории базисных темпов роста основных экономических переменных  $\bar{Y}_{ib}$ ,  $\bar{K}_{ib}$  и  $\bar{L}_{ib}$ , рассчитанные по формулам (34b), (34a) и (33), представлены на рисунке 3. Как видно из графиков, они росли бы до середины века и далее, если бы не верхняя поворотная точка, где норма прибыли перестаёт увеличиваться и начинает падать, давая сигнал предпринимателям о наступлении понижательной стадии БЦК и необходимости перехода к трудосберегающим технологиям. По мере того как идёт диффузия инновационных продуктов



и услуг на рынке, спрос на рабочую силу увеличивается. Этот рост продолжается до насыщения спроса как на рабочую силу, так и на соответствующие товары. Параллельно растёт зарплата (28в) и увеличиваются издержки производства, поэтому возникает необходимость перехода на трудо-сберегающие технологии. Вследствие этого происходит отток рабочей силы из новых отраслей, затем снижение зарплаты и общего спроса, что ведёт экономику к спаду с последующей рецессией. Так происходит переход от повышательной к понижательной стадии БЦК, которая отличается быстротечностью. Ключевую роль в этом процессе играют колебания прибыли, действующие в качестве переключателя положительной конъюнктуры на отрицательную, с повышательной стадии на понижательную. Именно прибыль позволяет эндогенизировать механизм БЦК.

### МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ И РАСЧЁТА ПОНИЖАТЕЛЬНОЙ СТАДИИ БЦК

Имеются две различные силы, совместное действие которых заставляет экономику сокращаться на верхней поворотной точке. Первая — это влияние технологического прогресса на норму прибыли. Когда в процессе диффузии базисных инновационных технологий и инновационных продуктов улучшающие технологии сменяются малоэффективными псевдоинновациями, капиталотдача перестаёт расти и начинает уменьшаться. Это влечёт за собой продолжительное снижение нормы прибыли. Таким образом создаются условия для общего длительного спада в экономике, но его наступление ускоряется второй силой — появлением излишних производственных мощностей и перенакоплением основного капитала, приводящим к его обесценению. По этой дополнительной причине ухудшается общая экономическая конъюнктура. Начинается ускоренное падение нормы прибыли вследствие того, что сам капитал становится излишним.

**Технический прогресс в инновационных отраслях экономики.** Если на повышательной стадии БЦК действовал пуассоновский поток улучшающих инноваций с интенсивностью  $\lambda(t)$  (7), то на понижательной стадии мы будем иметь дело с потоком псевдоинноваций. Псевдоинновации — категория, впервые выделенная Г. Меншем [9]. Они, как правило, распространены в заключительной фазе жизненного цикла технического уклада, отживающего свой век, когда он уже в основном исчерпал весь потенциал, но всячески сопротивляется замене более прогрессивной системой и стремится с помощью видимости улучшения сохранить свою нишу на рынке. Обычно псевдоинновации порождаются силой привычки, консерватизмом действий и носят разрушитель-

ный характер, а поэтому только способствуют ускоряющемуся обесценению действующего капитала и спаду производства.

Если на повышательной стадии БЦК число новых предприятий множится пропорционально мощности потока улучшающих инноваций, то на понижательной стадии наблюдается, напротив, банкротство предприятий, уход их с рынка. Таким образом, мы имеем дело с марковским процессом размножения и гибели предприятий с непрерывным временем, математическое ожидание которого описывается дифференциальным уравнением Колмогорова [27]:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \lambda(t) - \chi(t)\sigma(t), \quad (35)$$

где  $\lambda(t)$  — интенсивность пуассоновского потока улучшающих инноваций, ведущих к размножению предприятий;  $\chi(t)$  — интенсивность потока псевдоинноваций, ведущих к гибели предприятий. На повышательной стадии БЦК при  $T_6 < t \leq T_r$  ( $T_r$  — точка перехода от повышательной к стадии понижательной) можно полагать, что  $\chi(t) = 0$ , и дифференциальное уравнение (35) примет простейший вид:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \lambda(t), \quad (35a)$$

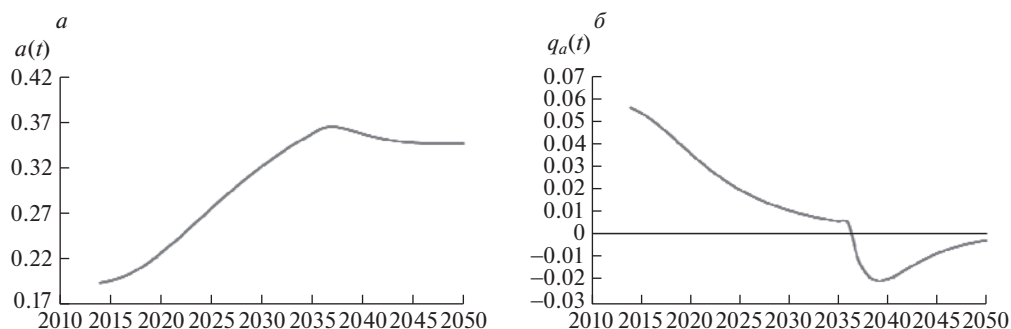
решением которого и является функция (8):

$\sigma(t) = \int_0^t \lambda(\tau) d\tau$ . Для оценки  $T_r$ , как уже неоднократно отмечалось выше, необходимо воспользоваться поведением нормы прибыли на повышательной стадии. Лучше всего для этой цели подходят темпы спада нормы прибыли на повышательной стадии (30б), которые в точности совпадают с темпами спада производительности труда (см. рис. 2, б). Для предпринимателей всегда есть некоторая пороговая производительность или пороговые темпы спада нормы прибыли, ниже которой им нецелесообразно инвестировать в действующее производство. Обычно в качестве такого порога берётся 0.5%. Если принять данную пороговую производительность труда, тогда из рисунка 3 следует, что  $T_r = 2036$  г. для выбранного значения параметра  $\lambda_0 = 0.25$ .

На понижательной стадии, напротив, уже  $\lambda(t)$  можно принять равной нулю ( $\lambda \equiv 0$ ), и тогда уравнение (35) приводится к более простому виду:

$$\frac{d\sigma_r}{dt} = -\chi(t)\sigma_r(t), \quad t > T_r. \quad (35в)$$

Здесь индекс  $r$  означает, что  $\sigma_r(t)$  относится к понижательной стадии БЦК. Начальное значение  $\sigma_r(t)$  при  $t = T_r$  примем приближённо равным  $\sigma_m = 1$  при  $t \rightarrow +\infty$ , то есть  $\sigma_r(T_r) = 1$ . Естественно, что интенсивность псевдоинноваций на по-



**Рис. 4.** Циклическая динамика технологического уровня (*a*) и темпов изменения производительности труда (*b*) в инновационных отраслях экономики

нижательной стадии будет меньше интенсивности улучшающих инноваций (7) в начальной фазе повышательной стадии, причём вначале она будет расти, а затем, когда станет очевидной их бесполезность, начнёт стремительно падать. Такому сценарию отвечает единственная из множества функций Эрланга (6), а именно функция Эрланга второго порядка:

$$\chi(t) = \lambda_2(t) = \lambda_0^2(t - T_r)e^{-\lambda_0(t-T_r)}. \quad (36)$$

Подставляя (36) в (35б) и решая следующее дифференциальное уравнение, получаем:

$$\sigma_r(t) = \exp\left\{-\left[1 - \lambda_0\left(t - T_r + \frac{1}{\lambda_0}\right)e^{-\lambda_0(t-T_r)}\right]\right\}. \quad (37)$$

Производная данной функции, характеризующая скорость падения производительности труда, имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_r(t) = & -\lambda_0^2(t - T_r) \times \\ & \times \exp\left\{\left[1 + \lambda_0(t - T_r)\right]\left[e^{-\lambda_0(t-T_r)} - 1\right]\right\}. \end{aligned} \quad (37a)$$

Следовательно, динамика технологического прогресса (16) на понижительной волне будет иметь вид:

$$\begin{aligned} a_r(t) = & A(t) + \\ & + \varepsilon \cdot \exp\left\{-\left[1 - \lambda_0\left(t - T_r + \frac{1}{\lambda_0}\right)e^{-\lambda_0(t-T_r)}\right]\right\}. \end{aligned} \quad (38)$$

Здесь  $A(t)$  по-прежнему является продолжением логистической функции (12), справедливой на всём протяжении 6-го БЦК.

Теперь мы сможем рассчитать темпы спада производительности труда на понижительной стадии БЦК в инновационных отраслях экономики:

$$q_{a_r} = \frac{\dot{a}_r}{a_r} = \frac{\dot{A}(t) + \varepsilon \dot{\sigma}_r}{A(t) + \varepsilon \sigma_r}. \quad (38a)$$

Далее мы рассчитали графики для  $a_r(t)$  (38) и  $q_{a_r}(t)$  (38a) на понижительной стадии БЦК (2036 г.  $\leq t < 2050$  г.) и состыковали их с графиками  $a(t)$  (см. рис. 2) и  $q_a(t)$  (см. рис. 2, б) на повышательной стадии для основного принятого варианта ( $\lambda_0^{(1)} = 0.25$ ). Они представлены на рисунке 4. Как видно из рисунка 4,  $a$ , производительность труда (технологический уровень) в инновационных отраслях повышается примерно в 2 раза на протяжении повышательной стадии, а на понижительной стадии несколько падает, но незначительно. Что же касается темпов изменения производительности труда (рис. 4, б), она плавно снижается на протяжении всей понижительной стадии до 0.5%, а далее, при переходе к понижительной стадии, резко падает, становясь отрицательной, и затем повышается до нуля, свидетельствуя о стагнации технологического уровня. Это означает, что надо искать и внедрять новые более производительные базисные технологии, чтобы обеспечить дальнейший технологический прогресс.

**Динамика обесценения капитала в инновационных отраслях экономики.** На понижительной стадии БЦК инвестиции в действующий капитал осуществляются исключительно в целях амортизации его физического износа, лишь для поддержания его в рабочем состоянии, а чистые инвестиции равны нулю. Моральный износ, приводящий к обесценению капитала, может быть учтён путём добавления к действующей норме выбытия капитала  $\delta$  (3а) темпов технологического прогресса (38a), что приводит к более быстрому устареванию действующего производственного оборудования [6, с. 328]. Поскольку на понижительной стадии БЦК темпы технологического прогресса отрицательны (см. рис. 4, б), то естественно, что они добавляются со знаком минус. В результате классическое уравнение накопления капитала (30)

для новых отраслей экономики будет иметь следующий вид:

$$\frac{dK_{ib}}{dt} = I_K - \left( \delta_{ib} - n \frac{\dot{a}_r}{a_r} \right) K_{ib}, \quad t > T_r. \quad (39)$$

Поскольку на понижительной стадии БЦК часть новых отраслей отмирает, не выдержав конкуренции, а выживающая часть пополняет состав традиционных отраслей экономики, то для определения значения параметра  $n$  [6, с. 328] можно использовать производственную функцию (ПФ) (1), описывающую динамику традиционных отраслей экономики. Поэтому можем принять  $n = \frac{1}{\alpha}$ , где  $\alpha = 0.48$ . Выше уже говорились, что на понижительной стадии  $I_K = 0$ . Начальное значение  $K_{ib}$  в точке  $t = T_r$ , равное максимальному значению  $K_{ib}$ , достигнутому к концу повышательной стадии, обозначим через  $K_{ibr}$ , то есть

$$K_{ib|t=T_r} = K_{ibr}. \quad (39a)$$

Решая дифференциальное уравнение (39), с учётом  $I_K = 0$  и  $n = \frac{1}{\alpha}$ , получаем:

$$\frac{K_{ibb}}{K_{ibb}} = \frac{1}{2^n} \left\{ 1 + \exp \left[ \lambda_0 \left( t - T_r + \frac{1}{\lambda_0} \right) e^{-\lambda_0(t-T_r)} - 1 \right] \right\}^n. \quad (40)$$

**Определение динамики спада выпуска и снижения занятости в инновационных отраслях экономики.** Прежде всего определим вид ПФ для инновационных отраслей на понижительной стадии. Поскольку на этой стадии главным образом используются трудосберегающие технологии, то очевидна необходимость использования ПФ с техническим прогрессом, нейтральным по Харроду, то есть

$$Y_{ibr} = K_{ibr}^\beta (a_r L_{ibr})^{1-\beta}. \quad (41)$$

Размерности переменных величин, входящих в данную ПФ, таковы:

$$[Y_{ibr}] = P, \quad [K_{ibr}] = PT, \quad [L_{ibr}] = L, \quad [a_r] = \frac{P}{L}. \quad (41a)$$

Поскольку размерности всех управляющих переменных  $K_{ibr}$ ,  $L_{ibr}$  и  $a_r$  независимы, то имеет место постоянный безразмерный параметр  $\Pi$ , равный константе:

$$\Pi = \frac{Y_{ibr}}{K_{ibr}^\beta a_r L_{ibr}} = c_{Y_r} = \text{const}. \quad (41б)$$

Отсюда непосредственно следует:

$$Y_{ibr} = c_{Y_r} a_r L_{ibr}, \quad (41в)$$

то есть в ПФ (41)  $\beta = 0$ .

Теперь мы сможем записать уравнение (26a) для определения реальной прибыли:

$$\bar{P}_{ibr}(t) = Y_{ibr} - \bar{w}_r L_{ibr} - \left( r + \delta_{ib} - n \frac{\dot{a}_r}{a_r} \right) K_{ibr}. \quad (42)$$

В данном уравнении уже известно функциональное выражение  $K_{ibr}(t)$  (40), выпуск  $Y_{ibr}(t)$  выражен через  $L_{ibr}(t)$  (41в). Как и ранее (28), находим оптимальный уровень зарплаты из соотношения (41в):

$$\bar{w}_r = \frac{\partial Y_{ibr}}{\partial L_{ibr}} = c_{Y_r} a_r, \quad (42a)$$

а затем реальную фактическую ставку зарплаты

$$\bar{w}_r^* = \frac{c_{Y_r} a_r}{1+m}. \quad (42б)$$

Подставляя в исходное уравнение (41) выражения для  $Y_{ibr}$  (41в) и  $\bar{w}_r^*$  (42б), окончательно получаем:

$$\bar{P}_{ibr}(t) = \frac{c_{Y_r} a_r m}{1+m} L_{ibr} - \left( r + \delta_{ib} - n \frac{\dot{a}_r}{a_r} \right) K_{ibr}. \quad (42в)$$

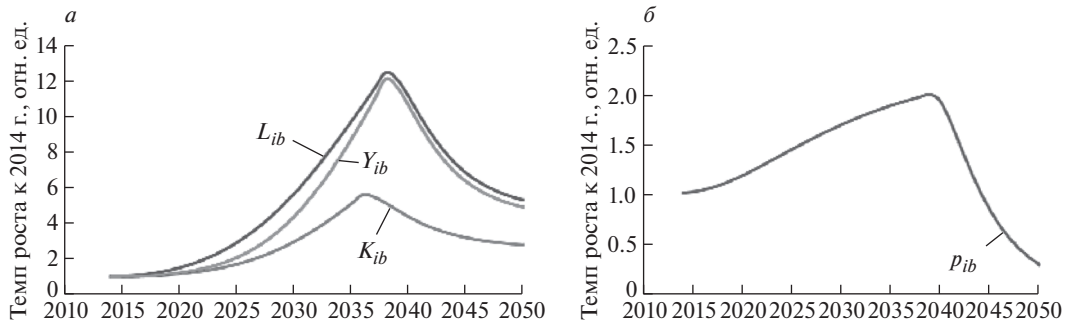
Далее, чтобы получить уравнение для определения занятости, вспомним, что на понижительной стадии БЦК валовые инвестиции  $I_{ibr}$  пропорциональны прибылям  $\bar{P}_{ibr}$ :

$$I_{ibr} = \dot{K}_{ibr} + \left( \delta_{ib} - n \frac{\dot{a}_r}{a_r} \right) K_{ibr} = v_r \left[ \frac{c_{Y_r} m a_r}{1+m} L_{ibr} - \left( r + \delta_{ib} - n \frac{\dot{a}_r}{a_r} \right) K_{ibr} \right], \quad (43)$$

причём  $v_r = 0.42$ ,  $a_m = 0.5$ ,  $r = 0.08$ ,  $\delta_{ib} = 0.15$  и  $n = \frac{1}{\alpha}$ , где по-прежнему  $\alpha = 0.48$ .

Поскольку на понижительной стадии БЦК чистые инвестиции в основной капитал равны нулю ( $I_{K_{ibr}} = \dot{K}_{ibr} + \delta_{ib} K_{ibr} = 0$ ), то из (43) следует:

$$L_{ibr}(t) = \frac{1+m}{c_{Y_r} m a_r} \left[ r + \delta_{ib} - n \left( 1 + \frac{1}{v_r} \right) \frac{\dot{a}_r}{a_r} \right] K_{ibr}(t). \quad (44)$$



**Рис. 5.** Циклическая динамика базисных темпов роста основных экономических переменных в инновационных отраслях (а) и циклическая динамика нормы прибыли (б) на 6-ом БЦК

Учитывая, что в верхней поворотной точке  $\dot{a}_r = 0$ , отсюда для  $t = T_r$  получаем:

$$L_{ibrm} = \frac{1+m}{c_{Y_r} m a_{rm}} (r + \delta_{ib}) K_{ibrm}. \quad (44a)$$

Следовательно:

$$\bar{L}_{ibr}(t) = \frac{L_{ibr}(t)}{L_{ibrm}} = \frac{a_{rm}}{a_r} \left[ 1 - \frac{(1+v_r) \dot{a}}{v_r (r + \delta_{ib}) a_r} \right] \bar{K}_{ibr}. \quad (44б)$$

Далее, подставляя (44) в (41в), получаем формулу для расчёта выпуска на понижательной стадии БЦК:

$$Y_{ibr}(t) = \frac{1+m}{m} \left[ r + \delta_{ib} - n \frac{1+v_r \dot{a}_r}{v_r a_r} \right] K_{ibr}(t). \quad (45)$$

В форме базисных темпов роста данное уравнение примет следующий вид:

$$\bar{Y}_{ibr}(t) = \frac{Y_{ibr}}{Y_{ibrm}} = \left[ 1 - \frac{(1+v_r) n \dot{a}_r}{v_r (r + \delta_{ib}) a_r} \right] \bar{K}_{ibr}(t). \quad (45a)$$

Учитывая (44), из (42в) получаем окончательные соотношения для определения и расчёта как прибыли, так и нормы прибыли:

$$\bar{P}_{ibr}(t) = -\frac{n \dot{a}_r}{v_r a_r} K_{ibr}, \quad (46a)$$

$$\bar{p}_{ibr}(t) = -\frac{n}{v_r} q_{a_r}. \quad (46б)$$

Из данных соотношений следует, что на понижательной стадии как сама прибыль (46а), так и её норма (46б) положительны, но резко падают.

Выше мы получили соотношения для расчёта всех основных переменных экономической динамики на понижательной стадии БЦК. Графики  $\bar{K}_{ibr}$ ,  $\bar{L}_{ibr}$  и  $\bar{Y}_{ibr}$ , рассчитанные соответственно по формулам (40), (44б) и (45а), представлены на ри-

сунке 5, а, где они уже состыкованы с соответствующими графиками, описывающими динамику роста на повышательной стадии БЦК. На рисунке 5, б представлен график резкого спада нормы прибыли на понижательной стадии БЦК, рассчитанный по формуле (46б) и состыкованный с графиком роста нормы прибыли на повышательной стадии (30а). Резкое снижение нормы прибыли определяет переход от повышательной стадии БЦК к понижательной, а её падение ниже начального уровня ( $\bar{p}_{ibr} < 1$ ) означает вступление в фазу депрессии. Как видно из рисунка, фаза депрессии продлится с 2044 по 2050 г.

Именно под давлением резкого падения эффективности капиталовложений, количественно измеряемой нормой прибыли, когда уже накоплены значительные мощности и избежать попадания экономики в фазу глубокой затяжной депрессии не удаётся, наиболее прозорливые предприниматели (Шумпетеровские инноваторы) приступают к поиску радикальных нововведений, основанных на базисных технологиях грядущего технологического уклада. Итак, в фазе депрессии внедрение базисных инноваций оказывается единственной возможностью прибыльного инвестирования и в конце концов, по образному выражению Г. Менша [9], “инновации преодолевают депрессию”. Экономика же в целом преодолевает нижнюю поворотную точку. Далее, уже благодаря активным действиям множества предпринимателей-имитаторов, происходит “шторм” улучшающих инноваций, который формирует повышательную стадию очередного БЦК. Таким образом, происходит эндогенное развитие экономики цикл за циклом.

\* \* \*

В заключительной части приведём результаты расчётов динамики производительности труда (повышения технологического уровня) во всей экономике США и траектории роста её ВВП, полученные на основе прогнозных расчётов анало-

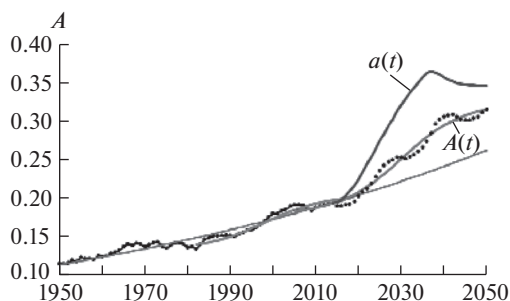


Рис. 6. Прогнозная динамика роста технологического уровня в экономике США на период 6-го БЦК

гичных показателей в инновационных отраслях. На рисунке 6 представлен график повышения среднего технологического уровня  $A(t)$  (12) в экономике США в период 6-го БЦК (2014–2050), состыкованный с трендовым технологическим уровнем  $A_f(t)$  в начале этого цикла ( $T_b = T_c = 2014$  г.). Благодаря мощному синергетическому эффекту NBIC-технологий прогнозный технологический уровень в экономике США окажется гораздо выше, чем трендовый. Фактически будет наблюдаться циклический рост технологического уровня в соответствии с пуассоновским законом распределения вероятностей (отмечено точечной траекторией), как это происходило на протяжении предыдущих БЦК. Таким образом, грядущий шестой технологический уклад обеспечит значительный рост производительности труда как по всей экономике ( $A$ ), так и в инновационных отраслях ( $a$ ), что сулит капиталистам огромные прибыли, стимулирующие их инвестиционную деятельность.

На рисунке 7 представлены трендовая ( $Y_f$ ) и прогнозная ( $Y_{f6}$ ) траектории движения ВВП для экономики США в период 6-го БЦК, рассчитанные по формулам (2) и (1) соответственно. Причём в производственной функции (1) для прогнозных расчётов на период 6-го БЦК трендовые

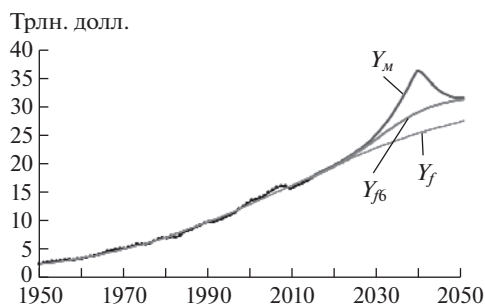


Рис. 7. Прогнозные трендовые траектории движения ВВП экономики США на период 6-го БЦК

траектории всех основных факторов рассчитывались с учётом циклической динамики развития соответствующих переменных. Как видно из рисунка, прогнозная траектория движения ВВП пройдёт значительно выше, нежели вековая трендовая траектория. Там же представлена траектория максимального потенциально возможного значения ВВП, рассчитанного применительно к условиям отсутствия ограничений ресурсов.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 14-11-00634).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кондратьев Н.Д. Мировое хозяйство и его конъюнктуры во время и после войны. Вологда: Областное отделение Госиздата, 1922.
2. Kondratieff N.D. Die langen Wellen der Konjunktur // Archiv fuer Sozialwissenschaft und Sozialpolitik. 1926. V. 56 (3). P. 537–609.
3. Kondratiev N.D. The Long Waves in Economic Life // Review of Economics and Statistics. 1935. V. 17. № 7. P. 105–115.
4. Schumpeter J.A. Business Cycles. N.Y.: McGraw-Hill, 1939.
5. Hirooka M. Innovation Dynamism and Economic Growth. A Nonlinear Perspective. Cheltenham, UK; Northampton, MA, USA: Edward Elgar, 2006.
6. Столерю Л. Равновесие и экономический рост. М.: Статистика, 1974.
7. Акаев А.А. От эпохи великой дивергенции к эпохе великой конвергенции. М.: Ленанд, 2014.
8. Kaldor N. Capital Accumulation and Economic Growth / The Theory of Economic Growth. N.Y.: St. Martin's Press, 1961. P. 177–222.
9. Mensch G. Das technologische Patt: Innovationen ubervinden die Depression. Frankfurt-am-Main: Umschau Verlag, 1975; Stalemate in Technology – Innovations Overcome the Depression. N.Y.: Ballinger Publishing Company, 1979.
10. Kleinknecht A. Innovation Patterns in Crisis and Prosperity: Schumpeter's Long Cycle Reconsidered. London: Macmillan, 1987.
11. Сахал Д. Технический прогресс: концепции, модели, оценки. М.: Финансы и статистика, 1985.
12. Arrow K.J. The Economic Implications of Learning-by-doing // Review of Economic Studies. 1962. V. 29. P. 155–173.
13. Шумпетер Й. Теория экономического развития. М.: Прогресс, 1982.
14. Дубовский С.В. Новые модели инвестиционных и технологических циклов в экономике / Экономический рост и циклы. Сборник. М.: ВНИИСИ, 1991. С. 4–13.
15. Freeman C. Technical Innovation Diffusion and Long Cycles of Economics Development // The Long-Wave Debate. Berlin, 1987.
16. Меньшиков С.М., Клименко Л.А. Длинные волны в экономике. М.: Международные отношения, 1989.

17. *Акаев А.А.* Большие циклы конъюнктуры и инновационно-циклическая теория экономического развития Шумпетера–Кондратьева // *Экономическая наука современной России*. 2013. № 2. С. 7–28.
18. *Хансен Э.* Экономические циклы и национальный доход. М.: Экономика, 1997.
19. *Барро Р.Дж., Сала-и-Мартин Х.* Экономический рост. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010.
20. *Баренблатт Г.И.* Автомодельные явления – анализ размерностей и скейлинг. Долгопрудный: Интеллект, 2009.
21. *Lucas R.E.* On the Mechanics of Economic Development // *Journal of Monetary Economics*. 1988. V. 22. P. 3–42.
22. *Аукуционек С.П.* Современные буржуазные теории и модели цикла: критический анализ. М.: Наука, 1984.
23. USA Department of Commerce. Bureau of Economic Analysis. Fixed Assets and Consumer Durable Goods in the United States, 1925–1997. Washington, DC: USA Government Printing Office, 2003. September, M-29-M-33.
24. <http://stateofworkingamerica.org/charts/productivity-and-real-median-family-income-growth-1947-2009/>
25. <http://thenextrecession.wordpress.com/2013/63/>
26. *Roko M.C.* The long view of nanotechnology development: the National Nanotechnology Institute at 10 years // *Journal of Nanopart. Res.* 2011. № 12. P. 427–445.
27. *Акаев А.А.* Анализ экономических циклов с помощью математической модели марковских случайных процессов // *Доклады АН*. 2006. № 6. С. 727–731.